Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2026-27 г.г.
Отборочный этап **10 класс**

Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

10.1. а) Запишите по кругу в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 16 так, чтобы сумма любой пары соседних чисел была простым числом. б) Можно ли записать по кругу в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 13 так, чтобы сумма любой пары соседних чисел была простым числом?

10.2. Есть набор из четырёх одинаковых на вид гирь, веса которых образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Как с помощью чашечных весов за два взвешивания определить самую тяжёлую из них? На чашки весов можно класть любое количество гирь. Чашечные весы показывают только, легче или тяжелее груз на левой чашке, чем на правой, либо, что эти грузы имеют равный вес. Веса гирь – не обязательно целые числа.

10.3. Внутри параллелограмма ABCD выбрана некоторая точка P такая, что PC=BC. Обозначим за K и M середины отрезков AP и CD соответственно. Докажите, что прямая BP перпендикулярна прямой KM.

10.4. Положительные числа a, b, c таковы, что $\frac{a}{b+1} + \frac{b}{a+1} \leq 1$. Докажите, что тогда $\frac{1}{b+1} + \frac{1}{a+1} \geq 1$.

10.5. Доска размером 100 на 4 клетки некоторым образом «расчерчена» на домино, каждое из которых состоит из двух клеток, имеющих общую сторону. За одну *операцию* можно разрезать доску вдоль одной из линий сетки, идущей от края до края доски, и не пересекающей ни одного домино (по общей стороне его клеток), если такая найдётся. Доказать, что с помощью таких операций можно полностью разрезать всю доску на отдельные домино.

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2026-27 г.г.
Отборочный этап **10 класс**

Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

10.1. а) Запишите по кругу в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 16 так, чтобы сумма любой пары соседних чисел была простым числом. б)Можно ли записать по кругу в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 13 так, чтобы сумма любой пары соседних чисел была простым числом?

10.2. Есть набор из четырёх одинаковых на вид гирь, веса которых образуют возрастающую геометрическую прогрессию. Как с помощью чашечных весов за два взвешивания определить самую тяжёлую из них? На чашки весов можно класть любое количество гирь. Чашечные весы показывают только, легче или тяжелее груз на левой чашке, чем на правой, либо, что эти грузы имеют равный вес. Веса гирь – не обязательно целые числа.

10.3. Внутри параллелограмма ABCD выбрана некоторая точка P такая, что PC=BC. Обозначим за K и M середины отрезков AP и CD соответственно. Докажите, что прямая BP перпендикулярна прямой KM.

10.4. Положительные числа a, b, c таковы, что $\frac{a}{b+1} + \frac{b}{a+1} \leq 1$. Докажите, что тогда $\frac{1}{b+1} + \frac{1}{a+1} \geq 1$.

10.5. Доска размером 100 на 4 клетки некоторым образом «расчерчена» на домино, каждое из которых состоит из двух клеток, имеющих общую сторону. За одну *операцию* можно разрезать доску вдоль одной из линий сетки, идущей от края до края доски, и не пересекающей ни одного домино (по общей стороне его клеток), если такая найдётся. Доказать, что с помощью таких операций можно полностью разрезать всю доску на отдельные домино.